ORIGINALNI NAUČNI RAD

DRAGAN PAMUČAR*, VESKO LUKOVAC**

IZBOR LOKACIJE ZA RAZVOJ TRIMODALNOG LOGISTIČKOG CENTRA PRIMENOM GRUBIH BROJEVA: HIBRIDNI ROUGH AHP-MABAC MODEL

LOCATION SELECTION FOR THE DEVELOPMENT OF A THREE-MODAL LOGISTICS CENTER USING ROUGH NUMBERS: HYBRID ROUGH AHP-MABAC MODEL

Datum prijema rada: 25.1.2018.
UDK: 656.2.519.8

REZIME

U ovom radu prikazan je novi pristup za tretiranje neizvesnosti u višekriterijumskom odlučivanju koji je zasnovan na grubim brojevima (GB). Pristup zasnovan na GB omogućava donošenje odluka uz korišćenje isključivo internih znanja u podacima i operativnih podataka donosioca odluke. Na bazi GB razvijen je hibridni višekriterijumski model koji je testiran na primeru izbora optimalne lokacije za razvoj trimodalnog logističkog centra na Dunavu. Prvi deo hibridnog modela čini grubi AHP model koji omogućava objektivniju ekspertsku evaluaciju kriterijuma u subjektivnom okruženju u odnosu na tradiocionalni pristup. U drugom delu modela evaluacija se vrši primenom novog grubog MABAC modela koji se odlikuje jednostavnim matematičkim aparatom i visokim stepenom stabilnosti rešenja na promene prirode i karaktera kriterijuma. Rezultati hibridnog RAHP-MABAC modela analizirani su kroz 14 scenarija analize osetljivosti i pokazali su visok stepen stabilnosti dobijenih rešenja.
Ključne reči: MABAC, AHP, grubi brojevi, izbor lokacije, višekriterijumsko donošenje odluka.

SUMMARY

This paper presents a novel approach for treating uncertainty in the multi-criteria decision making process by introducing rough numbers (RN). The RN approach enables decision making using only the internal knowledge incorporated in the data provided by the decision maker. A hybrid multi-criteria model was developed based on RN, and demonstrated using the example of a location selection for the development of a tri-modal logistics center by the Danube River. The first segment of the hybrid model deals with the rough AHP (RAHP) model, which enables more objective expert evaluation of criteria in a subjective environment than the traditional/crisp approach. In the second segment, the evaluation is enabled by applying the new rough MABAC method, which introduces mathematical tools and shows high stability concerning changes in the nature and characteristics of the criteria. The results of the hybrid RAHP-MABAC model were analyzed using 14 scenarios of sensitivity analysis, which showed high stability of the results.
Key words: MABAC, AHP, rough numbers, location planning, multi-criteria decision making.

* Doc. dr Dragan Pamučar, dipl. inž. saobr, Vojna akademija, Beograd, Pavla Jurišića Šturma 33, email: dpamucar@gmail.com

** Doc. dr Vesko Lukovac, dipl. inž. saobr, Vojna akademija, Beograd, Pavla Jurišića Šturma 33, email: lukovacvesko@yahoo.com.

1. UVOD

Izbor lokacije logistickog centra (LC) predstavlja postupak izbora jednog od više mogućih rešenja. Veliki broj i heterogenost lokacijskih faktora jasno ukazuje na to da su lokacijski problemi interdisciplinarnog karaktera i da često zahtevaju primenu kompleksnih procedura prilikom izbora rešenja. Mnogobrojne su metodologije i postupci koji su prisutni u ovoj problematici [1–5].

U literaturi postoje brojni modeli koji razmatraju lokacijske probleme, kao što su linearni i nelinearni modeli, simpleks algoritam [6], tabu algoritam [7], veštačke neuronske mreže [8], AHP model [9], hibridni algoritmi [2,4], MOORA and COPRAS modeli [10], PROMETHEE metod [11], fuzzy AHP i TOPSIS model [12], AHP i PROMETHEE model [13] i tako dalje.

Analizom prikazane literature uočavamo da postoji veliki broj metoda višekriterijumskog odlučivanja koje pružaju podršku u rešavanju problema izbora lokacije LC-a. Kao jedna od najšire rasprostranjenih tehnika u višekriterijumskom odlučivanju, primena AHP metode je široko rasprostranjena za rešavanje raznih problema odlučivanja [14]. Glavna snaga AHP metode leži u njenoj nepristrasnosti i logičnom sistemu klasifikacije (smanjivanja ličnih predrasuda i omogućava upoređivanje raznorodnih alternativa), ali i u njenoj fleksibilnosti da se integriše sa različitim tehnikama kao što su linearno programiranje, fuzzy logic, grey teorija, rough teorija itd [15,16]. To omogućava korisnicima da iskoriste dobre strane kombinovanih metoda i postignu željeni cilj.

Prema nedavnom istraživanju o fuzzy višekriterijumskim tehnikama [17], fuzzy AHP (FAHP) je druga najrasprostranjenija tehnika kada se posmatra samostalna primena (odmah posle AHP). Pored toga što fuzzy skupovi predstavljaju veoma snažan alat za predstavljanje nepreciznosti, izbor funkcije pripadnosti fuzzy skupova zasniva se na subjektivnosti i obavlja se na osnovu iskustva i intuicije [18]. Veoma pogodan alat za tretiranje neizvesnosti, koji eliminiše subjektivizam koji postoji kod fuzzy skupova, jeste teorija grubih skupova. Teoriju grubih skupova prvi put je predstavio Pavlak [19]. Od nastanka do danas, teorija grubih skupova je evoluirala kroz rešavanje brojnih problema primenom grubih brojeva [20–25]. Za razliku od teorije fuzzy skupova čija primena zahteva definisanje parcijalne funkcije pripadnosti bez jasnih granica skupa, u teoriji grubih skupova koristi se granična oblast skupa za izražavanje nejasnoća. Time se dolazi do objektivnih pokazatelja koji su sadržani u podacima.

Istraživanja koja su prikazana u prethodnom delu pokazuju da se u procesu izbora lokacije LC-a veoma često koriste metode MOORA, COPRAS, TOPSIS, ELECTRE i PROMETHEE. U ovom radu izbor lokacije LC-a izvršen je primenom metode MABAC, dok je za vrednovanje kriterijuma i određivanja težinskih koeficijenata korišćena modifikacija AHP modela primenom grubih brojeva (RAHP). U narednom delu rada prikazane su matematičke osnove hibridnog RAHP-MABAC modela.

2. POSTAVKA HIBRIDNOG RAHP-MABAC MODELA

U grupnom donošenju odluka u kojem učestvuje veći broj eksperata javlja se problem agregacije odluka eksperata, definisanje prioriteta iz agregiranih odluka, kao i problem obrade subjektivnosti koja se nalazi u odlukama eksperata. Grubi brojevi [26] nastali su sa ciljem obrade subjektivnih ocena ispitanika i određivanja intervala njihovih ocena.

Pretpostavimo da je U univerzum koji sadrži sve objekte i neka je X proizvoljan objekat iz U. Pretpostavimo da postoji skup od k klasa koje predstavljaju preferencije donosioca odluke (DO), $R=(J_1,J_2,...,J_k))$, uz uslov da pripadaju nizu koji zadovoljava uslov da je $J_1<J_2<,...,<J_k$. Tada se $\forall X\in U$, $J_q\in R$, $1\le q\le k$ donja aproksimacija $\underline{Apr}(J_q)$, gornja aproksimacija $\overline{Apr}(J_q)$ i granični interval $Bnd(J_q)$ određuju na sledeći način, respektivno

$$\underline{Apr}(J_q)=\bigcup\left\{X\in U/R(X)\le J_q\right\} \tag{1}$$

$$\overline{Apr}(J_q)=\bigcup\left\{X\in U/R(X)\ge J_q\right\} \tag{2}$$

$$\begin{aligned}Bnd(J_q)&=\bigcup\left\{X\in U/R(X)\ne J_q\right\}=\\&=\left\{X\in U/R(X)>J_q\right\}\bigcup\left\{X\in U/R(X)<J_q\right\}\end{aligned} \tag{3}$$

Objekat može biti predstavljen grubim brojem (GB) koji je definisan svojom donjom granicom $\underline{Lim}(J_q)$ i gornjom granicom $\overline{Lim}(J_q)$, respektivno

$$\underline{Lim}(J_q) = \frac{1}{M_L}\sum R(X)\big| X \in \underline{Apr}(J_q) \tag{4}$$

$$\overline{Lim}(J_q) = \frac{1}{M_U}\sum R(X)\big| X \in \overline{Apr}(J_q) \tag{5}$$

gde M_L i M_U predstavljaju sumu objekata koji su sadržani u donjoj i gornjoj aproksimaciji objekta J_q, respektivno.

Za objekat J_q, grubi granični interval označava se kao $IRBnd(J_q)$ i predstavlja interval između donje i gornje granice, odnosno

$$IRBnd(J_q) = \overline{Lim}(J_q) - \underline{Lim}(J_q) \tag{6}$$

Pošto grubi brojevi spadaju u grupu intervalnih brojeva, aritmetičke operacije koje se primenjuju u intervalnim brojevima važe i za grube brojeve [22,23].

2.1. Modifikacija AHP modela primenom grubih brojeva

U narednom delu opisan je postupak primene grubih brojeva u AHP metodi, gde se kao konačan cilj dobijaju težinski koeficijenti kriterijuma.

Korak 1. Formiranje hijerarhijske strukture kriterijuma evaluacije. Formira se grupa od *e* eksperata koji obavljaju izbor kriterijuma i definišu hijerarhiju problema sa globalnim ciljem na vrhu i kriterijumima na nižem nivou.

Korak 2. Popunjavanje matrica za poređenje u parovima kriterijuma evaluacije. Članovi grupe eksperata obavljaju poređenje u parovima kriterijuma evaluacije u cilju definisanja težinskih koeficijenata kriterijuma. Poređenje u parovima obavlja se pomoću *Saaty*-jeve 9-to stepene lingvističke skale [15,16]. Svaki *e*-ti ekspert svoja poređenja predstavlja pomoću matrice

$$Z_k = \begin{bmatrix} 1 & z_{12}^e & \cdots & z_{1n}^e \\ z_{21}^e & 1 & \cdots & z_{2n}^e \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ z_{n1}^e & z_{n2}^e & \cdots & 1 \end{bmatrix}_{nxn} ;\ 1 \le i, j \le n;\ \ 1 \le k \le e \tag{7}$$

gde z_{ij}^e predstavlja lingvističke izraze iz *Saaty*-jeve 9-to stepene lingvističke skale kojima ekspert *e* predstavlja svoje poređenje u parovima kriterijuma.

Na osnovu procena svih eksperata dobijamo $Z_1, Z_2, \dots, Z_e$ matrica u kojima je *e* eksperata izvršilo poređenja u parovima kriterijuma.

Korak 3. Određivanje težinskih koeficijenata eksperata. Za svaku matricu poređenja Z_k, određuje se konzistentnost vrednovanja eksperta. Za proveru konzistentnosti Saaty [15] je predložio stepen konzistentnosti (*CR*). Izračunavanje stepena konzistentnosti se sastoji iz dva koraka. U prvom koraku računa se indeks konzistentnosti (*CI*), $CI = (\lambda_{\max} - n)/(n-1)$, gde je *n* rang matrice, a $\lambda_{\max}$ maksimalna sopstvena vrednost matrice poređenja.

U drugom koraku stepen konzistentnosti (*CR*) se izračunava kao odnos indeksa konzistentnosti (*CI*) i slučajnog indeksa (*RI*)

$$CR = \frac{CI}{RI} \tag{8}$$

Slučajni indeks (*RI*) zavisi od ranga matrice i njegove vrednosti su dobijene slučajnim (nasumičnim) generisanjem 500 matrica [15]. Ako je *CR* manji ili jednak 0.10 rezultat ukazuje da je ekspert bio konzistentan i da nema potrebe za ponavljanjem vrednovanja [16]. Ukoliko je *CR* veće od 0,1 donosilac odluka bi trebao da ponovi (ili modifikuje) svoja vrednovanja kako bi popravio sopstvenu konzistentnost.

Težinski koeficijenti eksperata dobijaju se normalizacijom recipročnih vrednosti stepena konzistentnosti, izraz (15)–(17).

$$W_{ke} = \frac{1}{CR_e} \tag{9}$$

gde CR_e predstavlja stepen konzistentnosti eksperta *e*, a W_{ke} težinski koeficijent eksperta *e*. Normalizacija težinskih koeficijenata eksperata vrši se primenom aditivne normalizacije

$$w_{ke} = \frac{W_{ke}}{\sum_{k=1}^{e} W_{ke}} \tag{10}$$

gde W_{ke} težinski koeficijent eksperta *e*.

Korak 4. Konstruisanje osrednjene grube matrice poređenja. Primenom izraza (1)–(6) elementi z_{ij}^{e} matrice poređenja Z_k transformišu se u grubi broj $RN(z_{ij}^{e})$.

$$RN(z_{ij}^{e}) = \left[\underline{Lim}(z_{ij}^{e}), \overline{Lim}(z_{ij}^{e})\right] \tag{11}$$

gde $\underline{Lim}(z_{ij}^{e})$ i $\overline{Lim}(z_{ij}^{e})$ predstavljaju donju granicu i gornju granicu grubog broja $RN(z_{ij}^{e})$, respektivno.

Tako za svaku matricu poređenja u parovima eksperta e dobijamo grubu sekvencu $RN(z_{ij}^{e})$ koju predstavljamo pomoću izraza (12):

$$RN(z_{ij}^{e}) = \left\{ \begin{array}{l} \left[\underline{Lim}(z_{ij}^{1}), \overline{Lim}(z_{ij}^{1})\right], \left[\underline{Lim}(z_{ij}^{2}), \overline{Lim}(z_{ij}^{2})\right], \ldots \\ \ldots, \left[\underline{Lim}(z_{ij}^{e}), \overline{Lim}(z_{ij}^{e})\right] \end{array} \right\} \tag{12}$$

Primenom izraza (13) dobijamo osrednjeni grubi broj $RN(z_{ij})$.

$$RN(z_{ij}) = RN(z_{ij}^{1}, z_{ij}^{2}, \ldots, z_{ij}^{e}) = \left\{ \begin{array}{l} \underline{Lim}(z_{ij}) = \prod_{i=1}^{e} \underline{Lim}(z_{ij}^{(w_i)}) \\ \overline{Lim}(z_{ij}) = \prod_{i=1}^{e} \overline{Lim}(z_{ij}^{(w_i)}) \end{array} \right. \tag{13}$$

gde w_1 predstavlja težinski koeficijent i-tog eksperta $(i = 1, 2, \ldots, e)$, a $\underline{Lim}(z_{ij})$ i $\overline{Lim}(z_{ij})$ predstavljaju donju i gornju granicu grubog broja $RN(z_{ij})$, respektivno.

Tako dobijamo osrednjenu intervalnu grubu matricu poređenja u parovima kriterijuma evaluacije (Z)

$$Z = \begin{bmatrix} 1 & RN(z_{12}) & \cdots & RN(z_{1n}) \\ RN(z_{21}) & 1 & \cdots & RN(z_{2n}) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ RN(z_{n1}) & RN(z_{n2}) & \cdots & 1 \end{bmatrix}_{nxn} \tag{14}$$

Matricu (14) možemo da prikažemo i kao (15):

Korak 5. Proračun vektora prioriteta kriterijuma. Vektor prioriteta predstavlja grubi težinski koeficijent $RN(w_j)$ i određuje se za svaki od n kriterijuma evaluacije. Grubi težinski koeficijenat $RN(w_j)$ dobija se primenom izraza (16)–(19). Primenom izraza (16) elementi matrice Z sumiraju se po kolonama izraz (17) i (18).

$$Z = \begin{bmatrix} 1 & \left[\underline{Lim}(z_{12}), \overline{Lim}(z_{12})\right] & \cdots & \left[\underline{Lim}(z_{1n}), \overline{Lim}(z_{1n})\right] \\ \left[\underline{Lim}(z_{21}), \overline{Lim}(z_{21})\right] & 1 & \cdots & \left[\underline{Lim}(z_{2n}), \overline{Lim}(z_{2n})\right] \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \left[\underline{Lim}(z_{n1}), \overline{Lim}(z_{n1})\right] & \left[\underline{Lim}(z_{n2}), \overline{Lim}(z_{n2})\right] & \cdots & 1 \end{bmatrix}_{nxn} \tag{15}$$

$$RN(a_{ij}^{'}) = \sum_{j=1}^{n} RN(z_{ij}) = \left[\sum_{j=}^{n} \underline{Lim}(z_{ij}), \sum_{j=1}^{n} \overline{Lim}(z_{ij})\right] \tag{16}$$

$$RN(W_{ij}) = \left[\underline{Lim}(W_{ij}), \overline{Lim}(W_{ij})\right] = \frac{RN(z_{ij})}{\sum_{j=1}^{n} RN(z_{ij})} = \left[\frac{\underline{Lim}(z_{ij})}{\sum_{j=1}^{n} \overline{Lim}(z_{ij})}, \frac{\overline{Lim}(z_{ij})}{\sum_{j=}^{n} \underline{Lim}(z_{ij})}\right] \tag{17}$$

$$W = \begin{bmatrix} 1 & \left[\underline{Lim}(W_{12}), \overline{Lim}(W_{12})\right] & \cdots & \left[\underline{Lim}(W_{1n}), \overline{Lim}(W_{1n})\right] \\ \left[\underline{Lim}(W_{21}), \overline{Lim}(W_{21})\right] & 1 & \cdots & \left[\underline{Lim}(W_{2n}), \overline{Lim}(W_{2n})\right] \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \left[\underline{Lim}(W_{n1}), \overline{Lim}(W_{n1})\right] & \left[\underline{Lim}(W_{n2}), \overline{Lim}(W_{n2})\right] & \cdots & 1 \end{bmatrix}_{nxn} \tag{18}$$

Deljenjem elemenata matrice (15) sa vrednostima koje su dobijene izrazom (16) dobijamo normalizovanu matricu težinskih koeficijenata *W*,

Konačni grubi težinski koeficijenti $RN(w_j)$ kriterijuma evaluacije određuju se primenom izraza (19):

$$RN(w_j) = RN(W_{ij})/n = \left[\underline{Lim}(W_{ij})/n, \overline{Lim}(W_{ij})/n\right] \quad (19)$$

gde n predstavlja broj kriterijuma evaluacije, $RN(w_i)$ konačne vrednosti težinskih koeficijenata koje se koriste u procesu donošenja odluka.

Vrednosti težinskih koeficijenata kriterijuma nalaze se u intervalu $RN(w_i) = \left[\underline{Lim}(w_i), \overline{Lim}(w_i)\right]$ gde je ispunjen uslov je $0 \le \underline{Lim}(w_i) \le \overline{Lim}(w_i) \le 1$ za svaki kriterijum evaluacije $x_i \in X$. Međutim, potrebno je da bude ispunjen uslov da generalno suma težinskih koeficijenata kriterijuma bude jednaka jedinici. U našem slučaju, pošto se radi o grubim težinskim koeficijentima kriterijuma, primenom izraza (16)–(19) dobijamo težinske koeficijente kod kojih je $0 \le \sum_{i=1}^{n} \underline{Lim}(w_i) \le 1$ i $\sum_{i=1}^{n} \overline{Lim}(w_i) \ge 1$. Time je zadovoljen uslov da se težinski koeficijenti nalaze u intervalu $w_i \in [0,1], \quad (i = 1, 2, \ldots, n)$, tako da zadovoljavaju uslove da je $0 \le \underline{Lim}(w_i) \le \overline{Lim}(w_i) \le 1$ i $\sum_{j=1}^{n} w_j = 1$.

2.2. Modifikacija MABAC modela primenom grubih brojeva

MABAC (**M**ulti-**A**ttributive **B**order **A**pproximation area **C**omparison) metoda spada u metode višekriterijumskog odlučivanja novijeg datuma [26]. MABAC metoda razvijena je u okviru naučnoistraživačkog rada Centra za istraživanja u oblasti logistike odbrane Univerziteta odbrane u Beogradu [26]. Do danas je našla široku primenu i modifikacije u cilju rešavanja brojnih problema iz oblasti višekriterijumskog odlučivanja [27–33].

Osnovna postavka metode MABAC ogleda se u definisanju udaljenosti kriterijumske funkcije svake posmatrane alternative od granične aproksimativne oblasti. U narednom delu prikazan je postupak sprovođenja metode rough MABAC koji se sastoji iz 6 koraka.

Korak 1. Formiranje početne matrice odlučivanja (*X*). Kao prvi korak obavlja se evaluacija m alternativa po n kriterijuma. Na osnovu izraza (1)–(6) određuju se vektori $A_i = \left(RN(x_{i1}), RN(x_{i2}), \ldots, RN(x_{in})\right)$, gde je $RN(x_{ij}) = \left[\underline{Lim}(x_{ij}), \overline{Lim}(x_{ij})\right]$ predstavlja vrednost i-te alternative po j-tom kriterijumu ($i = 1, 2, \ldots, m$; $j = 1, 2, \ldots, n$).

$$X = \begin{array}{c} \\ A_1 \\ A_2 \\ \ldots \\ A_m \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} C_1 & C_2 & \ldots & C_n \end{array} \\ \begin{bmatrix} RN(x_{11}) & RN(x_{12}) & \ldots & RN(x_{1n}) \\ RN(x_{21}) & RN(x_{22}) & & RN(x_{2n}) \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ RN(x_{m1}) & RN(x_{m2}) & \ldots & RN(x_{mn}) \end{bmatrix}_{m \times n} \end{array} \quad (20)$$

gde m označava broj alternativa, n označava ukupan broj kriterijuma.

Korak 2. Normalizacija elemenata početne matrice (*X*).

$$N = \begin{array}{c} \\ A_1 \\ A_2 \\ \ldots \\ A_m \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} C_1 & C_2 & \ldots & C_n \end{array} \\ \begin{bmatrix} RN(t_{11}) & RN(t_{12}) & \ldots & RN(t_{1n}) \\ RN(t_{21}) & RN(t_{22}) & & RN(t_{2n}) \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ RN(t_{m1}) & RN(t_{m2}) & \ldots & RN(t_{mn}) \end{bmatrix}_{m \times n} \end{array} \quad (21)$$

Elementi $RN(t_{ij})$ normalizovane matrice (*N*) određuju se primenom izraza:

a) Za kriterijume „benefit" tipa (veća vrednost kriterijuma poželjnija)

$$RN(t_{ij}) = \left[\underline{Lim}(t_{ij}), \overline{Lim}(t_{ij})\right] = \\ = \left[x_{ij}^{L}, x_{ij}^{U}\right] = \left[\frac{x_{ij}^{L} - x_{j}^{-}}{x_{j}^{+} - x_{j}^{-}}, \frac{x_{ij}^{U} - x_{j}^{-}}{x_{j}^{+} - x_{j}^{-}}\right] \quad (22)$$

b) Za kriterijume „cost" tipa (manja vrednost kriterijuma poželjnija)

$$RN(t_{ij}) = \left[\underline{Lim}(t_{ij}), \overline{Lim}(t_{ij})\right] = \left[\frac{x_{ij}^{U} - x_{j}^{+}}{x_{j}^{-} - x_{j}^{+}}, \frac{x_{ij}^{L} - x_{j}^{+}}{x_{ij}^{-} - x_{j}^{+}}\right] \quad (23)$$

gde x_j^- i x_j^+ predstavljaju minimalne i maksimalne vrednosti grubih graničnih intervala posmatranog kriterijuma, respektivno:

$$x_j^- = \min_j \left\{\underline{Lim}(x_{ij})\right\} = \min_j \left\{x_{ij}^{L}\right\} \quad (24)$$

$$x_j^+ = \max_j \left\{\overline{Lim}(x_{ij})\right\} = \max_j \left\{x_{ij}^{U}\right\} \quad (25)$$

Korak 3. Proračun elemenata otežane matrice $V=\left[RN(v_{ij})\right]_{m\times n}=\left[\underline{Lim}(v_{ij}),\overline{Lim}(v_{ij})\right]_{m\times n}$. Elementi otežane matrice V računaju se na osnovu izraza (26)

$$RN(v_{ij})=RN(w_i)\cdot RN(t_{ij})+RN(w_i) \tag{26}$$

gde t_{ij} predstavljaju elemente normalizovane matrice (N), $RN(w_j)$ predstavlja težinske koeficijente kriterijuma. Primenom izraza (26) dobijamo otežanu matricu V (27):

$$V=\begin{bmatrix} RN(v_{11}) & RN(v_{12}) & \dots & RN(v_{1n}) \\ RN(v_{21}) & RN(v_{22}) & & RN(v_{2n}) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ RN(v_{m1}) & RN(v_{m2}) & \dots & RN(v_{mn}) \end{bmatrix}_{m\times n} \tag{27}$$

gde n predstavlja ukupan broj kriterijuma, m predstavlja ukupan broj alternativa.

Korak 4. Određivanje matrice graničnih aproksimativnih oblasti (G). Granična aproksimativna oblast (GAO) određuje se prema izrazu (28)

$$RN(g_i)=\left(\prod_{j=1}^{m}RN(v_{ij})\right)^{1/m}= \\ =\left[\left(\prod_{j=1}^{m}\underline{Lim}(v_{ij})\right)^{1/m},\left(\prod_{j=1}^{m}\overline{Lim}(v_{ij})\right)^{1/m}\right] \tag{28}$$

gde $RN(v_{ij})$ predstavljaju elemente otežane matrice (V), m predstavlja ukupan broj alternativa.

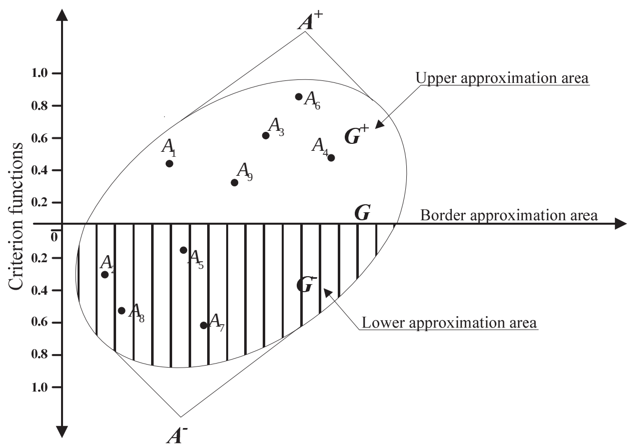
Nakon proračuna vrednosti $RN(g_i)$ po kriterijumima formira se matrica graničnih aproksimativnih oblasti G (29) formata $1\times n$ (gde n predstavlja ukupan broj kriterijuma po kojima se obavlja izbor ponuđenih alternativa).

$$\begin{array}{cccc} C_1 & C_2 & \dots & C_n \end{array} \\ G=\left[RN(g_1)\quad RN(g_2)\quad \dots \quad RN(g_n)\right]_{1\times n} \tag{29}$$

Korak 5. Proračun elemenata matrice udaljenosti alternativa od granične aproksimativne oblasti (Q). Udaljenost alternativa od granične aproksimativne oblasti $RN(q_{ij})$ određuje se kao razlika elemenata otežane matrice (V) i vrednosti graničnih aproksimativnih oblasti (G).

U izrazima (30) i (31) $RN(g_i)$ predstavlja graničnu aproksimativnu oblast za kriterijum C_i, $RN(v_{ij})$ predstavlja elemente oteža ne matrice (V), n predstavlja broj kriterijuma, m predstavlja broj alternativa.

Alternativa A_i može da pripada graničnoj aproksimativnoj oblasti (G), gornjoj aproksimativnoj oblasti (G^+) ili donjoj aproksimativnoj oblasti (G^-), odnosno $A_i\in\left\{G\vee G^+\vee G^-\right\}$. Gornja aproksimativna oblast (G^+) predstavlja oblast u kojoj se nalazi idealna alternativa (A^+), dok donja aproksimativna oblast (G^-) predstavlja oblast u kojoj se nalazi antiidealna alternativa (A^-) (slika 1).



Slika 1. Prikaz gornje (G^+), donje (G^-) i granične (G) aproksimativne oblasti

Ukoliko je vrednost $RN(q_{ij})>RN(g_i)$, odnosno $RN(q_{ij})\in G^+$, tada je alternativa A_i bliska ili jednaka idealnoj alternativi. Vrednost $RN(q_{ij})<RN(g_i)$, odnosno $RN(q_{ij})\in G^-$, pokazuje da je alternativa A_i bliska ili jednaka antiidealnoj alternativi. Da bi alternativa A_i bila izabrana kao najbolja iz skupa

$$Q=V-G=\begin{bmatrix} RN(v_{11}) & RN(v_{12}) & \dots & RN(v_{1n}) \\ RN(v_{21}) & RN(v_{22}) & & RN(v_{2n}) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ RN(v_{m1}) & RN(v_{m2}) & \dots & RN(v_{mn}) \end{bmatrix}_{m\times n}-\left[RN(g_1)\quad RN(g_2)\quad \dots \quad RN(g_n)\right]_{1\times n} \tag{30}$$

$$Q=\begin{bmatrix} RN(v_{11})-RN(g_1) & RN(v_{12})-RN(g_2) & \dots & RN(v_{1n})-RN(g_n) \\ RN(v_{21})-RN(g_1) & RN(v_{22})-RN(g_2) & \dots & RN(v_{2n})-RN(g_n) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ RN(v_{m1})-RN(g_1) & RN(v_{m2})-RN(g_2) & \dots & RN(v_{mn})-RN(g_n) \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} RN(q_{11}) & RN(q_{12}) & \dots & RN(q_{1n}) \\ RN(q_{21}) & RN(q_{22}) & & RN(q_{2n}) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ RN(q_{m1}) & RN(q_{m2}) & \dots & RN(q_{mn}) \end{bmatrix}_{m\times n} \tag{31}$$

potrebno je da po što većem broju kriterijuma pripada gornjoj aproksimativnoj oblasti (G^+).

Korak 6. Rangiranje alternativa. Vrednosti kriterijumskih funkcija po alternativama (32) dobijaju se kao suma rastojanja alternativa od graničnih aproksimativnih oblasti 000000000. Sumiranjem elemenata matrice 000000 po redovima dobijamo konačne vrednosti kriterijumskih funkcija alternativa:

$$RN(S_i) = \sum_{j=1}^{n} RN(q_i),\ j = 1,2,\ldots,n,\ i = 1,2,\ldots,m \qquad (32)$$

gde *n* predstavlja broj kriterijuma, *m* predstavlja broj alternativa.

3. IZBOR LOKACIJE ZA RAZVOJ TRIMODALNOG LC-A PRIMENOM RAHP-MABAC MODELA

Problem lokacije centra može da se posmatra na makro i mikro nivou. Makrolokacijski nivo posmatranja analizira potencijalna mesta za razvoj centra na nivou države, regiona, kontinenta, dok se mikrolokacijski nivo odnosi na prostor grada, industrijskog kompleksa itd. U ovom radu razmatran je izbor lokacije trimodalnog LC u kojem se povezuju tri vida transporta (rečni, železnički i drumski transport). Kao primer, razmatrano je 8 potencijalnih lokacije za razvoj trimodalnog LC na reci Dunav (rečni koridor VII) na teritoriji Srbije. Na izbor lokacije logističkog centra utiču različiti faktori koji se u osnovi mogu posmatrati kao karakteristike zahteva logističkih tokova, karakteristike logističkog centra, karakteristike lokacije i okruženja. Analizom literature, karakteristika trimodalnog LC-a i logističkih tokova identifikovano je 7 kriterijuma na osnovu kojih će se izvšiti izbor lokacije trimodalnog LC-a: *Povezanost lokacije sa ostalim vidovima transporta (C1), Procena izgrađenosti infrastrukture (C2), Dužina železničkog fronta pretovara (C3), Usklađenost sa prostornim planovima i strategijom privrednog razvoja (C4), Gravitirajuće intermodalne transportne jedinice (C5), Pretovarni kapaciteti LC-a (C6) i Raspoloživa površina za budući razvoj i proširenje kapaciteta LC-a (C7).* Svi definisani kriterijumi spadaju u „benefit" grupu kriterijuma.

Razmatrano je ukupno osam lokacija na Dunavu za razvoj trimodalnog LC-a. U istraživanju je učestvovalo pet eksperata. Prva faza primene hibridnog IRAHP-MABAC modela podrazumeva poređenje u parovima kriterijuma evaluacije od strane eksperata koji učestvuju u istraživanju. Za evaluaciju kriterijuma u RAHP modelu korišćena je Saaty-jeva skala [15,16]. Nakon ekspertske evaluacije kriterijuma za svakog eksperta dobili smo matricu poređenja u parovima kriterijuma, tabela 1.

Tabela 1. Matrice poređenja u parovima kriterijuma evaluacije

Ekspert 1							
	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7
C_1	1,00	5,00	5,00	0,33	7,00	0,33	0,14
C_2	0,20	1,00	1,00	0,14	3,00	0,14	0,11
C_3	0,20	1,00	1,00	0,14	3,00	0,14	0,11
C_4	3,00	7,00	7,00	1,00	9,00	1,00	0,33
C_5	0,14	0,33	0,33	0,11	1,00	0,11	0,11
C_6	3,00	7,00	7,00	1,00	9,00	1,00	0,33
C_7	7,00	9,00	9,00	3,00	9,00	3,00	1,00
...							
Ekspert 5							
	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7
C_1	1,00	5,00	5,00	0,14	3,00	0,33	0,11
C_2	0,20	1,00	1,00	0,11	0,33	0,14	0,11
C_3	0,20	1,00	1,00	0,11	0,33	0,14	0,11
C_4	7,00	9,00	9,00	1,00	7,00	3,00	0,33
C_5	0,33	3,00	3,00	0,14	1,00	0,20	0,14
C_6	3,00	7,00	7,00	0,33	5,00	1,00	0,20
C_7	9,00	9,00	9,00	3,00	7,00	5,00	1,00

Nakon poređenja u parovima kriterijuma određuju se stepeni konzistentnosti matrica poređenja. Nakon proračuna stepena konzistentnosti matrica poređenja (tabela 2) možemo da zaključimo da je istraživanje validno, pošto su sve vrednosti CRe < 0.1.

Tabela 2. CRe matrica poređenja i težine eksperata

Ekspert	CR^e	w_{ke}
E 1	0,062	0,218
E 2	0,090	0,150
E 3	0,083	0,163
E 4	0,084	0,161
E 9	0,044	0,307

U cilju dobijanja osrednjene grube matrice poređenja, na osnovu podataka iz tabele 1. i primenom izraza (1)–(6), elementi z_{ij}^{e} matrice poređenja Z_k transformišu se u grubi broj $RN(z_{ij}^{e})$. Tako dobijamo pet grubih matrica Z_k. Nakon dobijanja ekspertskih korespodentskih grubih matrica, primenom izraza (13) vrši se osrednjavanje grubih brojeva. Tako dobijamo osrednjenu grubu matricu (14) i (15), tabela 3.

Tabela 3. Osrednjena matrica

	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7
C1	1,00	1,48	3,24	0,19	2,30	1,49	0,41
C2	3,39	1,00	4,28	1,18	3,29	2,06	1,47
C3	0,74	0,41	1,00	0,15	1,23	0,47	0,20
C4	5,78	3,59	6,95	1,00	5,27	3,84	1,98
C5	2,39	1,91	3,08	0,27	1,00	2,20	1,13
C6	3,06	1,63	4,29	0,99	3,36	1,00	1,21
C7	4,93	3,31	6,29	1,06	4,10	3,33	1,00

Na osnovu podataka iz tabele 3, primenom izraza (16) i (19) dobijamo grube težinske koeficijente kriterijuma evaluacije, tabela 4.

Tabela 4. Težinski koeficijenti kriterijuma evaluacije

Kriterijum	$IRN(w_j)$
C1	[0,024; 0,357]
C2	[0,036; 0,572]
C3	[0,013; 0,114]
C4	[0,107; 0,875]
C5	[0,024; 0,467]
C6	[0,036; 0,549]
C7	[0,082; 0,786]

Rezultati metoda VKO u velikoj meri zavise od vrednosti težinskih koeficijenata kriterijuma evaluacije. Ponekad se rangovi alternativa menjaju sa veoma malim promenama težinskih koeficijenata, zbog čega rezultate metoda VKO po pravilu prati analiza njihove osetljivosti na ove promene. Zato je u ovoj sekciji rada izvršena analiza osetljivosti rangova alternativa na promene težinskih koeficijenata kriterijuma. Analiza osetljivosti izvršena je kroz 14 scenarija. U svakom od prvih sedam scenarija (S1–S7) favorizovan je po jedan kriterijum i njegova vrednost uvećavana je za 1.24, dok su svi preostali kriterijumi umanjeni za 0.25. U preostalih sedam scenarija (S8–S14) prilikom favorizovanja kriterijuma vrednost favorizovanog kriterijuma uvećavana je za 1.45, dok su preostali umanjeni za 0.25.

Sprovođenjem R-MABAC modela koji je predstavljen izrazima (20)–(32) dobijamo konačan rang alternativa koji je predstavljen u tabeli 5.

Tabela 5. Konačan rang alternativa

Alternative	Rough (Qi)	Crisp (Qi)	Rang
A1	[-0,853; 0,067]	-0,3933	8
A2	[-0,0 60; 0,758]	0,3493	1
A3	[-0,360; 0,534]	0,0867	4
A4	[-0,092; 0,764]	0,3358	2
A5	[-0,393; 0,556]	0,0814	5
A6	[-0,664; 0,264]	-0,2004	7
A7	[-0,325; 0,512]	0,0933	3
A8	[-0,400; 0,446]	0,0228	6

Rezultati pokazuju da dodeljivanje različitih težina kriterijumima kroz scenarije dovodi do promene rangova pojedinih alternativa, čime se potvrđuje da je model osetljiv na promene težinskih koeficijenata. Poređenjem prvorangiranih alternativa (A2 i A4) u scenarijima 1–14 sa rezultatima koji su prikazani u tabeli 5. potvrđen je rang alternativa A2 i A4. Alternativa A2 je u 12 scenarija zadržala svoj rang (ostala prvorangirana), dok je u preostala dva scenarija bila drugorangirana. Drugorangirana alternativa A4 zadržala je rang u 10 scenarija, dok je u dva scenarija bila prvorangirana. Tokom promene težina kriterijuma kroz scenarije dolazilo je do promene rangova preostalih alternativa. Međutim, možemo da zaključimo da te promene nisu bile drastične, što potvrđuje i korelacija rangova kroz scenarije (tabela 6).

Tabela 6. Korelacija rangova 36 scenarija

Scenario	r_k	Scenario	r_k
S1	0,958	S8	0,958
S2	0,982	S9	0,982
S3	0,958	S10	0,945
S4	0,958	S11	0,958
S5	0,958	S12	0,909
S6	0,982	S13	0,885
S7	0,994	S14	0,958

Vrednosti Spirmanovog koeficijenta korelacije (r_k) dobijene su poređenjem početnog ranga RAHP-MABAC modela (tabela 5) sa rangovima dobijenim kroz scenarije. Iz tabele 6. uočavamo da postoji izuzetno velika korelacija rangova, pošto je u svim scenarijima vrednost r_k veća od 0.909. Srednja vrednost rk kroz sve scenarije iznosi 0.956, što pokazuje izuetno veliku korelaciju. Pošto su sve vrednosti r_k značajno veće od 0.8 možemo da zaključimo da postoji veoma velika korelacija (bliskost) rangova i da je predloženi rang potvrđen i kredibilan.

4. ZAKLJUČAK

Uvažavanje neizvesnosti u višekriterijumskom odlučivanju je veoma značajan aspekt za objektivno i nepristrasno donošenje odluka. Često se javljaju teškoće u predstavljanju informacija o atributima odluke putem tačnih (preciznih) numeričkih vrednosti. Te poteškoće su posledica nedoumica u procesu donošenja odluka, kao i zbog kompleksnosti i neodređenosti brojnih realnih pokazatelja. U ovom radu prikazan je novi pristup za eksploataciju neodređenosti u grupnom donošenju odluka koji je zasnovan na grubim brojevima. Osnovna ideja primene algoritama za donošenje odluka koji su bazirani na intervalnom pristupu podrazumeva primenu intervalnih brojeva za prezentovanje vrednosti atributa odluke. Prednosti primene grubih brojeva su brojni. Grubi brojevi koriste isključivo interna znanja za prezentovanje vrednosti atributa odluke. Time se eliminišu subjektivnosti i pretpostavke koje u značajnoj meri mogu da utiču na vrednosti atributa i konačan izbor alternativa. U primeni grubih brojeva, umesto dodatnih/spoljnih parametara, koristi se isključivo struktura datih podataka.

Primena grubih brojeva u višekriterijumskom donošenju odluka prikazana je kroz hibridni model koji se sastoji od grubog AHP modela i grube MABAC metode. Primena RAHP-MABAC modela prikazana je kroz studiju slučaja u kojoj je izvršena evaluacija lokacija trimodalnog logističkog centra na rečnom koridoru IX. Ova studija pokazuje da grubi brojevi mogu efikasno da se primenjuju u modelima višekriterijumskog odlučivanja uz uvažavanje nedoumica u procesu donošenja odluka. Predloženi modeli omogućavaju evaluaciju alternativa uprkos nedoumicama u procesu donošenja odluka i nedostatku kvantitativnih informacija. Diskusija rezultata i analiza osetljivosti RAHP-MABAC modela pokazuje značajnu stabilnost rezultata i da su mogućnosti primene prikazanog modela obećavajuće.

LITERATURA

[1] Kaboli A, Aryanezhad, M. B, & Shahanaghi K. (2007). A holistic approach based on MCDM for solving location problems. International Journal of Engineering Transactions A: Basics, 20(3), 252–262.

[2] Lai M. C, Sohn H. S, Tseng T. L, & Chiang C. (2010). A hybrid algorithm for capacitated plant location problem. Expert Systems with Applications, 37(12), 8599–8605

[3] Sun M, (2012). A tabu search heuristic procedure for the capacitated facility location problem. Journal of Heuristics, 18(1), 91–118.

[4] Zare Mehrjerdi, Y., & Nadizadeh, A. (2013). Using greedy clustering method to solve capacitated location-routing problem with fuzzy demands. European Journal of Operational Research, 229(1), 75–84.

[5] Rahmaniani R, Saidi-Mehrabad M, & Ashouri H. (2013). Robust capacitated facility location problem optimization model and solution algorithms. Journal of Uncertain Systems, 7(1), 22–35.

[6] Mayer G, & Wagner B. (2002). Hublocator: an exact solution method for the multiple allocation hub location problems. Computers & Operations Research, 29, 715–739.

[7] Glover F, Laguna M. (1993). Tabu Search. In C. R. Reeves (Ed.), Modern heuristic techniques for combinatorial problems. John Wiley & Sons, Inc.

[8] Wan L, Huang Z, Li Z. (2007). Research of optimal Dijkstra algorithm in logistic center location based on GIS. Application Research of Computers. 8(24): 289–291.

[9] Janic M, & Reggiani A. (2001). Multi-criteria evaluation of a new hub airport for an EU airline. Presented at the 6th NECTAR Conference held in Helsinki, Finland, May 16–18.

[10] Kracka M, Brauers W. K. M, & Zavadskas E. K. (2010). Ranking heating losses in a building by applying the MULTIMOORA. Inzinerine Ekonomika-Engineering Economics, 21(4), 352–359.

[11] Fernández-Castro A. S, Jiménez M, 2005. PROMETHEE: An extension through fuzzy mathematical programming. Journal of the Operational Research Society 56, 119–122.

[12] Wang S, & Liu P. (2007). The evaluation study on location selection of logistics centre based on fuzzy AHP and TOPSIS. International Conference on Wireless Communications, Networking and Mobile Computing, 21–25.09.2007, 3779 – 3782.

[13] Ugboma C, Ugboma O, & Ogwude I. (2006). An Analytic Hierarchy Process (AHP) approach to Port selection decisions –empirical evidence from Nigerian Ports.

[14] Kubler S, Robert J, Derigent W, Voisin A, Traon Y. L. (2016). A state-of the-art survey & testbed of fuzzy AHP (FAHP) applications, Expert Systems With Applications, 65, pp. 398–422.

[15] Saaty T. L, & Vargas, L.G. (2001). Models, methods, concepts & applications of the analytic hierarchy process : 175. Springer.

[16] Saaty, T. L, Vargas, L. G. (2012). Models, methods, concepts and applications of the analytic hierarchy process, Vol. 175. Springer Science and Business Media.

[17] Mardani A, Jusoh, A, & Zavadskas E. K. (2015). Fuzzy multiple criteria decision–making techniques and applications –two decades review from 1994 to 2014. Expert Systems with Applications, 42 (8), 4126–4148.

[18] Pawlak Z. (1982). Rough sets. International Journal of Computer & Information Sciences, 11(5), 341–356.

[19] Zheng P, Xu X, Xie S. Q. (2016). A weighted interval rough number based method to determine relative importance ratings of customer requirements in QFD product planning, Journal of Intelligent Manufacturing, doi 10.1007/s10845-016-1224-z.

[20] Pamučar D, Mihajlović M, Obradović R, Atanasković P. (2017). Novel approach to group multi-criteria decision making based on interval rough numbers: Hybrid DEMATEL-ANP-MAIRCA model, Expert Systems with Applications, 88, pp. 58–80.

[21] Pamučar D, Petrović I, Ćirović G. (2018). Modification of the Best-Worst and MABAC methods: A novel approach based on interval-valued fuzzy-rough numbers, Expert Systems with Applications, 91, pp. 89–106.

[22] Gigović Lj, Pamučar D, Bajić Z, Drobnjak S. (2017). Application of GIS-Interval Rough AHP Methodology for Flood Hazard Mapping in Urban Areas, Water, 6(6), article No. 360, pp. 1–26.

[23] Pamučar D, Gigović Lj, Bajić Z. Janošević M. (2017). Location selection for wind farms using GIS multi-criteria hybrid model: An approach based on fuzzy and rough numbers. Sustainability, 9(8), article No. 1315, pp. 1–24.

[24] Stević Ž, Pamučar D, Zavadskas E. K, Ćirović G, Prentkovskis O. (2017). The selection of wagons for the internal transport of a logistics company: A novel approach based on rough BWM and rough SAW methods. Symmetry, 9(11), 264, pp. 1–25.

[25] Stević Ž, Pamučar D, Vasiljević M, Stojić G, Korica S. (2017). Novel integrated multi-criteria model for supplier selection: Case study construction company. Symmetry, 9(11), 279, pp. 1–34.

[26] Pamučar D, Ćirović G. (2015). The selection of transport and handling resources in logistics centres using Multi-Attributive Border Approximation area Comparison (MABAC), Expert Systems with Applications, 42, pp 3016–3028.

[27] Xue Y. X, Youa J. X, Laic X. D, Liu H. C. (2016). An interval-valued intuitionistic fuzzy MABAC approach for material selection with incomplete weight information, Applied Soft Computing, 38, pp. 703–713.

[28] Peng X, Dai J. (2016). Approaches to single-valued neutrosophic MADM based on MABAC, TOPSIS and new similarity measure with score function, Neural Computing and Applications, pp. 1–16. doi:10.1007/s00521-016-2607-y.

[29] Peng X, Yang Y. (2016). Pythagorean Fuzzy Choquet Integral Based MABAC Method for Multiple Attribute Group Decision Making, International Journal of Intelligent Systems, 31(10), pp. 989–1020.

[30] Gigović LJ, Pamučar D, Božanić D, Ljubojević S. (2017). "Application of the GIS-DANP-MABAC multi-criteria model for selecting the location of wind farms: A case study of Vojvodina, Serbia". Renewable Energy, 103, pp 501–521.

[31] Roy J, Ranjan A, Debnath A, Kar S. (2016). An extended MABAC for multi-attribute decision making using trapezoidal interval type-2 fuzzy numbers, Artificial Intelligence, arXiv:1607.01254.

[32] Yu S, Wang J. & Wang J. (2016). An Interval Type-2 Fuzzy Likelihood-Based MABAC Approach and Its Application in Selecting Hotels on a Tourism Website, International Journal of Fuzzy Systems, pp. 1–15. doi:10.1007/s40815-016-0217-6.

[33] Shia H, Hu-Chen Liua H. C, Lic P, Xu X. G. (2017). An integrated decision making approach for assessing healthcare waste treatment technologies from a multiple stakeholder, Waste Management, 59, pp. 508–517.